

المؤتمر الدولي الثالث للغة العربية
الاستثمار في اللغة العربية ومستقبلها الوطني والعربي والدولي
دبي - الامارات العربية 7 - 10/5/2014م

ورقة بعنوان

مآثر نصر الدين الطوسي في العلوم الرياضية

من اعداد

ا. د. ابراهيم محمد حسن

رئيس قسم الرياضيات - كلية العلوم

جامعة طرابلس - ليبيا

مقدمة

يعتبر نصير الدين الطوسي من العلماء الأفاضل في الرياضيات و الفلك ، فأبدع في علم الرياضيات بجميع فروعها ، و قد كان يدفع الكثير من ماله لشراء الكتب الثمينة ، فقد نجح في فصل حساب المثلثات عن علم الفلك نجاحاً باهراً ، وبرع في دراسة العلاقة بين المنطق و الرياضيات ، و قد ترجم نصير الدين الطوسي ودرس ، و اختصر ، و أضاف نظريات جديدة إلى إنتاج من سبقه من علماء شريين و غربيين ، و كان أول من عقد مؤتمراً علمياً ، التقى فيه عدة علماء من الشرق و الغرب في مرصده بمراغة ، و اشتهر إنتاجه في الرياضيات و الفلك بقوة تفكيره و صبره على البحث في الحقيقة و يعتبر الطوسي هو من وضع حجر الأساس للهندسة الإقليدية مع عمر الخيام ، فكانت ابتكارات عالمنا نصير الدين الطوسي من بين الابتكارات الضخمة و الرائعة ، للعلماء العرب و المسلمين .

نبذة عن حياته

هو محمد بن الحسن أبو جعفر نصير الدين الطوسي ، و لد في خراسان في بلدة (طوس) ، و عاش و توفي في بغداد فيما بين 597 – 672 هجرية (1201 – 1274 ميلادية) .

حيث دفن في (مشهد الكاظم) و هو من أحد الأفاضل القليلين الذين ظهروا في القرن السادس للهجرة ، و لقب بلقب (علامة) ، و كان ينتقل بين (قهستان) و (بغداد) ، و تلقى العلم عن العالم الكبير (كمال الدين بن يونس الموصلية) و (غيث المعين سالم بن بدران المعتزلي الرافض) ، مما دفعه لحب الكتب حتى وصل لدرجة إنفاقه الكثير لأجل شراء الكتب الثمينة ، و كان مبدع في علم الرياضيات بجميع فروعها ، و كان ذا مكانة مرموقة عند الخلفاء العباسيين لذكائه الخارق ، و نظم قصيدة مدح فيها (المعتصم) التي دعت لتربص أحد الوزراء له بدافع الحسد فأرسل لحاكم (قهستان) يخبره بضرورة ترصده لأنه رأى في القصيدة ما ينافي مصلحته الخاصة مع تهم ملفقة حتى أدت بالطوسي إلى السجن في إحدى القلاع ، حيث بقى مجئ (هولاكو) في منتصف القرن السابع للهجرة فكان نتيجة سجنه أن أنجز أكثر مؤلفاته في

الرياضيات و الفلك التي خلدته وجعلته عالماً بين العلماء ، و عندما تولى (هولاکو) السلطة في بغداد فأخرجه من السجن و صار الأمير على أوقاف الممالیک التي استولى عليها (هولاکو) ، لأنه كان ذا حرمة و افره و منزلة عالية عند (هولاکو) فسيطر الطوسي على (هولاکو) بالتنجيم و روضه ، و عرف الطوسي كيف يستغل الفرص ، فاستغل هذه الأموال في بناء مكتبة ضخمة عظيمة جداً ضمت أكثر من أربعمئة ألف مجلد من الكتب النادرة و بناء مرصد (مراغة) و أسسه سنة 657 هجرية بمراغة ، فجمع لبنائه حکماء منهم (المؤید العرضي) من دمشق و (الفخر المراغي) كان بالموصل ، و الفخر الخلاطي) كان بتفليس و (نجم الدين القزويني) ، و كان المرصد مشهور بآلاته التي منها " ذات الحلق و هي خمس دوائر متحدة من نحاس، الأولى دائرة نصف النهار و هي مركوزة على الأرض ، و دائرة معدل النهار ، و دائرة منطقة البروج ، و دائرة العرض ، و دائرة الميل ، و فيه أيضاً الدائرة الشمسية التي يعرف بها سمت الكواكب " (1)

كما روى ذلك قدری طوقان في كتابه (تراث العرب العلمي في الرياضيات و الفلك) فيقول : " إن الطوسي نظم قصيدة مدح فيها المعتصم ، و أن أحد الوزراء رأى فيها ما ينافي مصلحته الخاصة ، فأرسل إلى حاكم قهستان يخبره بضرورة ترصده ، و هكذا كان فإنه لم يمض زمن إلا و الطوسي في قلعة الموت ، حيث بقى فيها إلى مجيء هولاکو في منتصف القرن السابع الهجري ، و في هذه القلعة أنجزا أكثر تأليفه في العلوم الرياضية التي خلدته ، و جعلته عالماً بين العلماء " (2)

أهم ما اشتهر به

1. كان عالماً في الرياضيات و الفلك ، اشتهر بمؤلفاته في علم المثلثات ، و بعلم حساب المثلثات فألف فيه كتاب (شكل القطاعات) و يعتبر أول كتاب مخصص بكامله لحل المثلثات على سطح الكرة ، و هو يحتوي على حساب المثلثات فقط أي كعلم مستقل بذاته فيشرح فيه شرحاً مفصلاً لحل المثلثات فيبدأ بالمفاهيم و العلاقات الأولية و يتدرج بصورة منتظمة حتى وصوله لطرق حل المسائل النموذجية المعقدة ، مما دعى المؤلف المعروف (ريجيو مونتانوس) عند تأليفه في حقل حساب المثلثات

يعتمد على أفكار نصير الدين الطوسي ، و نجح نجاحاً باهراً بتركيز جهده في فصل حساب المثلثات عن الفلك ، و كما يقول الدكتور كارل بوير في كتابه (تاريخ الرياضيات) : " إن نصير الدين رتب ونظم علم حساب المثلثات كعلم مستقل استقلالاً تاماً عن علم الفلك " (3) ، فكان لهذا الكتاب تأثير كبير على تطور علم المثلثات في أوروبا .

2. كان له اعتقاد من دراسته للمجموعة الشمسية ، أن الشمس هي المركز مغاير للاعتقاد السائد ذلك الحين بأن الأرض هي المركز ، و المجموعة الشمسية تدور حولها ، و يذكر محمد فائز القصري في كتاب (مظاهر الثقافة الإسلامية و أثرها في الحضارة) : " للطوسي بحوث فريدة في القبة السماوية ، أما في الحياة البشرية فقد امتد الخيال و البحث العلمي لدى هذا الرجل العالم ، فقال : إن موضع التفكير العقلي في جسم الإنسان هو داخل المخ ، و أن فيه نقطة ، هي نقطة الحياة ، أو الروح ، و هي وضع الله تعالى ، و لا بأس هنا أن نقول: إن العلماء و الأطباء في العصر الحاضر يرون أن نقطة الحياة في البصلة السيسائية و هي من أجزاء المخ " (4) ، كما أضاف البروفيسور جورج سارتون في كتابه (تاريخ العلوم – المجلد الثاني) : " إن نصير الدين بذل جهداً كبيراً يحمد عليه في دراسة مخطوطات إخوانه علماء المسلمين الذين سبقوه ، خاصة تلك التي تدرس الأجرام السماوية و حركتها ، و المسافة بينها و بين الأرض ، و كثير من المؤلفين في تاريخ العلوم ينسبون إلى نصير الدين الفضل في التعريف بقوس قزح ، و تحليل العوامل الفيزيائية التي تحدثه ، و ما لذلك من أهمية في دراسة الكون " (5) كما أوضح الطوسي في كتاب (التذكرة) كثيراً من النظريات الفلكية ، التي صنعها بشكل صعب ، مما دعى لكثرة الشروح التي وضعت عليه .

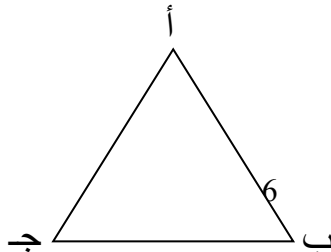
3. علق تعليقاً وافياً مهماً على كتاب البيروني (دائرة المعارف) الذي يتكون من خمس عشرة رسالة في الرياضيات و الفلك ، فكان للطوسي إضافات مهمة في علم الفلك ، و يعتبر زيج الإيلخاني من المصادر التي استندت عليها أوروبا في أحياء العلوم ، و

- هذا الزيج يحتوي على أربع مقالات : المقالة الأولى في التواريخ ، والمقالة الثانية في سير الكواكب و مواضعها طولاً و عرضاً ، و المقالة الثالثة في أوقات المطالع ، و المقالة الرابعة في أعمال النجوم .
4. اشتهر بلقب (المحقق) وذلك لأنه كان مبدع في دراسة العلاقة بين المنطق و الرياضيات ، فقارنوه علماء العالم بابن سينا حيث أنهم يقولون أن ابن سينا طبيب ناجح ، و الطوسي رياضي بارع .
5. درس مؤلفات ابن الهيثم و علق عليها و جعلها علماً حياً يدرس في جميع جامعات العالم حتى القرن الثالث عشر الهجري (التاسع عشر الميلادي) و قد أعطى عناية خاصة لعلم البصريات لابن الهيثم .
6. نقل كتاب إقليدس إلى اللغة العربية و نشر بحثاً يتركز حول موضوعات إقليدس ، ويرجع الفضل للترجمة اللاتينية لكتاب الطوسي (تحرير اقليدس) في روما عام 1657 إلى التوصل لإنجاز النظري العظيم في التعرف على مفهوم العدد الحقيقي الموجب كما هو في الرياضيات الحديثة ، فكان له تأثير كبير على التطور في أوروبا بهذا المفهوم ، و لقد قام العالم (نصير الدين الطوسي) في كتابه بتطوير أفكار الخيام ، فأكد أن لكل نسبة مقدارها العددي ، و بالتالي أصبحت النسب بين أضلاع المثلث قائم الزاوية عبارة عن أعداد يمكن التعبير عنها تقريباً بواسطة الكسور أي الأعداد القياسية .
7. انتقد كتاب المجسطي و اقترح نظاماً جديداً للكون أبسط من النظام الذي وضعه بطليموس ، وكذلك أدخل فيه حجوم بعض الكواكب و أبعادها ، فقد ذكر البروفيسور جورج سارتون في كتابه (المدخل إلى تاريخ العلوم) : " إن نصير الدين الطوسي إنتقد بطليموس و ما قدمه في المجسطي ، و هذا يدل على عبقرية و طول باع نصير الدين في الفلك ، و يمكن القول بكل صراحة : إن انتقاده هذا كان خطوة تمهيدية للإصلاحات التي قام بها كوبرنيكس في العصر الحديث " (6)
8. نال الطوسي شهرة مرموقة في علم الهندسة ، مما جعل العالم الألماني ويدمان يقول : " إن نصير الدين الطوسي نبغ في شتى فروع المعرفة ، و بالأخص في علم

البصريّات ، إذ أتى ببرهان جديد لتساوي زاويتي السقوط و الانعكاس، يدل على خصب قريحته و قوة منطقته ، و قد حاول نصير الدين أن يبرهن فرضية إقليدس الخامسة في كتابه (الرسالة الشافية عن الشكل في الخطوط المتوازية) فكانت محاولة ناجحة حيث فتحت باب النقاش و عدم التسليم بما كتبه إقليدس و أمثاله من عمالقة اليونان في علم الهندسة " (7) كما يذكر عمر رضا كحالة في كتاب (العلوم البحتة في العصور الإسلامية) : " أنه يمكن القول بأن الطوسي امتاز على غيره في بحوثه في الهندسة ، لإحاطته بالقضايا الأساسية التي تقوم عليها الهندسة المستوية فيما يتعلق بالمتوازيات و قد ألمّ بها، كما جرّب أن يبرهن قضية المتوازيات الهندسية و قد وفق في ذلك ، و معظم براهينه على المسائل الهندسية مغايرة لمحاولات الذين سبقوه ، فصاغ كل ذلك في شكل مبتكر لم يسبق إليه ، و هو يعتبر من هذه الوجة متفوقاً على معاصريه " (8) . ، و يقول جورج سارتون في كتابه (المدخل إلى تاريخ العلوم) : " إن الطوسي أظهر براعة فائقة النظير و خارجة للعادة في معالجة قضية المتوازيات في الهندسة ، و جرب أن يبرهنها ، و بنى برهانه على فروض تدل على عبقريته ، و من المسائل التي برهنها : دائرة تماس أخرى من الداخل ، قطرهما ضعف الأول ، تتحركان بانتظام في إتجاهين متضادين ، بحيث تكونان دائماً متماستين ، و سرعة الدائرة الصغيرة ضعف سرعة الدائرة الكبرى ، برهن نصير الدين أن نقطة تماس الدائرة الصغرى تتحرك على قطر الدائرة الكبرى ، و جدير أن هذه النظرية هي أساس تعميم جهاز الأسطرلاب البالغ الأهمية " (9)

وتبرز أعمال نصر الدين الطوسي في الاتي:

- 1- أول من طور نظريات جيب الزاوية ، فكما يقول البروفيسور يوجين سمث في كتابه السابق : " إن نصير الدين هو أول من طوّر نظريات جيب الزاوية إلى ما هي عليه الآن ، مستعملاً المثلث المستوي كما يظهر بالشكل التالي :-



حيث أن $\frac{ب}{ج} = \frac{أ}{ب} = \frac{أ}{ج}$ " (10) .

و أيضاً كما يضيف مؤرخ الرياضيات المعروف أريك بل في كتابه (الرياضيات وتطویرها عبر التاريخ) : " أنه كان لكتاب نصیر الدین الطوسی في علم حساب المثلثات الأثر الكبير على علماء الرياضيات في الشرق و الغرب ، بما فيه من الابتکارات الجديدة التي أفادت و طوّرت هذا الحقل " (11)

2- عرّف الأعداد الصم، وذلك من معرفته في البحث عن المعادلات الصماء وأيضاً كانت لديه دراة جيدة بالدالة الرباعية، وكما يذكر الدكتور درك ستريك في كتابه) ملخص تاريخ الرياضيات):-

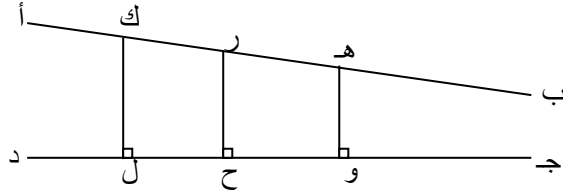
" إن نصیر الدین من المفكرين الأوائل في الأعداد التي ليس لها جذور (الأعداد الصم)، ولو أعطي كل ذي حق حقه فإنه من الجدير أن يقال أنه المبتکر الأول لهذه الأعداد التي لعبت في الغابر دوراً مهماً، ولا تزال لها أهميتها العظمى في الرياضيات الحديثة التي تدرس الآن في جميع أنحاء العالم" (12).

3- قام أيضاً بالمحاولة للبرهنة على الموضوعة الخامسة من موضوعات إقليدس، الذي أصبح برهانه متداولاً في كتب الهندسة التي تدرس في جامعات العالم، فنلاحظ أنه لا يخلو كتاب الهندسة الفوقية (الهندسة الهذلولية) دون ذكر إسهام نصیر في هذا الجانب، فهذه الهندسة اللاإقليدية (الهذلولية) لها في وقتنا دور عظيم في دراسة الفضاء الطبيعي وتفسيرات النظرية النسبية، فكان لنصیر الدین دور مرموق في هذا كانت مؤلفاته تدرس حتى القرن الثاني عشر الهجري في مدارس وجامعات الغرب والشرق، وهذه المحاولة للبرهنة كانت كبدية عصر جديد لعلم الرياضيات الحديثة وذات طابع أصيل وله الفضل الكبير في بدء الهندسة الفوقية (الهذلولية) ويعتبر هو الذي وضع حجر الأساس مع عمر الخيام للهندسة اللاإقليدية (الهندسة الهذلولية) وكما ذكر البروفيسور هورد إيفز في كتابه (تاريخ الرياضيات) : "إن جرولا سكييري الإيطالي – الذي عاش فيما بين 1667-1733م – كان أستاذاً في علم الفلسفة والرياضيات في جامعة بافوه في إيطاليا والمسمى بأبي الهندسة اللاإقليدية أو الهندسة الفوقية (الهندسة الهذلولية)، و مما

لا يقبل الشك أنه اعتمد اعتماداً كلياً على عمل نصير الدين في هذا الحقل" (13) ، فنقدم هذه المقدمة قبل البدء في البرهان الذي ينص على : (إن مجموع زوايا المثلث تساوي زاويتين قائمتين).

فمثلاً :

لو أخذنا مستقيمين أب، دج كما في الشكل الآتي :



وأسقط الأعمدة هـ و، ر ج، ك ل، ... الخ على دج من النقاط هـ، ر، ك، والواقعة على المستقيم أب كما بالشكل الموضح السابق، بحيث يتحقق الآتي :

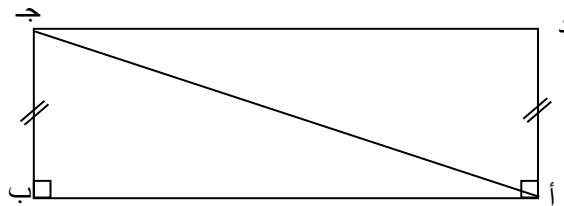
هـ و # و هـ ر

هـ ر ج # ح ر ك

لهذا يتضح أن الزاويتين المتجاورتين على المستقيم أب غير متساويتين.

فلتكن الزوايا التي باتجاه ب هي زوايا حادة، والزوايا التي باتجاه أ هي زوايا منفرجة، وأن الأعمدة تكون أطول كلما كانت باتجاه أ، د وتصغر أطوالها إذا كانت باتجاه النقط ب، ج أي أن المسافة بين المستقيمين أب، دج، تبدأ تصغر كلما كان الإتجاه ب، ج والعكس صحيح، أي : لو كانت الزوايا الحادة باتجاه النقطتين أ، د فإن التقارب سيكون باتجاه النقطتين أ، د والتباعد باتجاه النقط ب، ج.

الآن يأتي البرهان على الشكل الآتي :



(أ) رسم عمودين دأ، ج ب على المستقيم أب من النقطتين أ، ب بحيث :

دأ = ج ب ويقعان على نفس الجهة من المستقيم أب.

(ب) وصل النقطتين د، ج .

(ج) حاول أن يبرهن أن الزاويتين ج دأ، ب ج د قائمتان.

(د) فرض أن ج د أ ليست زاوية قائمة فهي إما أن تكون :

- زاوية حادة.

- زاوية منفرجة.

إذا كانت زاوية ج د أ حادة، فالزاوية د ج ب ستكون منفرجة، وهذا يعطي أن القطعة المستقيمة أ د أطول من القطعة المستقيمة ب ج ولكن هذا يناقض للفرض الذي افترضه، فالزاوية ج د أ ليست حادة.

لو كانت الزاوية ج د أ منفرجة، فالزاوية د ج ب ستكون زاوية حادة، لهذا تكون القطعة المستقيمة أ د أقصر من القطعة المستقيمة ج ب وهذا أيضاً يناقض للفرض الذي افترضه، فالزاوية ج د أ ليست منفرجة، لذا وصل نصير الدين إلى أن زاوية ج د أ يجب أن تكون زاوية قائمة، ويمكن من تكرار نفس العملية المذكورة أعلاه بالنسبة للزاوية د ج ب ، وحيث أن نصير الدين افترض أن الزاوية د ج ب ليست قائمة فهي إما أن تكون :

- زاوية حادة.

- زاوية منفرجة.

إذا كانت زاوية د ج ب حادة فالزاوية ج د أ ستكون منفرجة، وهذا يعطي بالتأكيد أن القطعة المستقيمة ب ج أطول من القطعة المستقيمة أ د، ولكن هذا يناقض ما افترضه فالزاوية د ج ب ليست زاوية حادة.

إذا كانت الزاوية د ج ب منفرجة، فالزاوية ج د أ ستكون حادة، فينتج أن القطعة المستقيمة ج ب أقصر من القطعة المستقيمة أ د وهذا أيضاً يناقض ما افترضه، فالزاوية د ج ب ليست منفرجة، أي يجب أن تكون زاوية قائمة.

بالتالي نستنتج أن الزوايا الأربع للشكل الرباعي المذكور جميعها زوايا قائمة،

وبالتالي مجموع زوايا المثلث أ د ج تساوي زاويتين قائمتين وأن $\Delta أ ب ج = \Delta$

أ د ج متطابقان، كما استنتج أن مجموع زوايا المثلث = $\frac{1}{2}$ مجموع زوايا الشكل

المستطيل أ ب ج د.

إذن توصل بواسطة هذا البرهان العالم نصير الدين الطوسي أن يبرهن أن: (مجموع زوايا أي مثلث مساوية لزائويتين قائمتين) وهذا يكافئ الموضوعه الخامسة من موضوعات إقليدس.

وبفضل ترجمة العالم جون والس (1616-1703) في روما لتحريير نصير الدين الطوسي لـ "أصول" إقليدس إلى اللاتينية استطعنا التعرف على برهان (الطوسي) للمسلمة الخامسة، وانتهت محاولات هذه المسلمة في القرن التاسع عشر بإثبات استقلال هذه المسلمة عن المسلمات الأخرى على يد العالمين المجري بولياي (1802-1860) والروسي لوباتشفسكي (1792-1856) اللذان وضعوا هندسة جديدة غير متناقضة داخلياً ترتكز على مجموعة من المسلمات استبدلت فيها مسلمة إقليدس الخامسة بمسلمة مناقضة لها، فنلاحظ أن أفكار الطوسي تلعب دور مهم في تطور نظرية الخطوط المتوازية فمحاولة برهانه لمسلمة التوازي أيضاً كانت مبنية على فكرة إثبات استحالة النقيض، ويستخدم نفس الشكل الرباعي عند الخيام وعند افتراضه للزائويتين ج، د في هذا الشكل الرباعي حادثان أو منفرجتان توصلوا إلى بعض الاستنتاجات المستحيلة بالنسبة للهندسة الإقليدية وتعتبر حقائق أولية للهندسة الإقليدية ولكن طريقة برهانه لاستحالة حالتى الزاوية الحادة والزاوية المنفرجة تختلف عن طريقة الخيام.

أهم مؤلفاته :

ألف نصير الدين الطوسي أكثر من 145 مؤلفاً ورسائل وموضوعات أخرى في حقول مختلفة منها: علم حساب المثلثات والهيئة، والجبر، والجغرافيا، والطبيعيات، والمنطق، والتنجيم، والموسيقى، والتقاويم، والحكمة والأخلاق، نذكر منها الآتي :

1- كتاب شكل القطاع.

- 2- مقالة تحتوي على النسب.
- 3- مقالة القطاع الكروي.
- 4- مقالة في القطاع الكروي والنسب الواقعة عليها.
- 5- مقالة في قياس الدوائر العظمى.
- 6- كتاب تحرير إقليدس.
- 7- الرسالة الشافية عن الشك في الخطوط المتوازية.
- 8- كتاب بين المصادر المشهورة للحكماء.
- 9- كتاب الأصول.
- 10- رسالة في الموضوعة الخامسة.
- 11- كتاب الكرة المتحركة لأطوقولوس.
- 12- كتاب تسطيح الأرض وتربيع الدوائر.
- 13- كتاب قواعد الهندسة.
- 14- كتاب مساحة الأشكال البسيطة والكروية.
- 15- كتاب في الكرة والاسطوانة لأرخميدس المصري.
- 16- كتاب المأخوذات في الهندسة لأرخميدس.
- 17- كتاب المعطيات لإقليدس.
- 18- كتاب أرخميدس في تكسير الدائرة.
- 19- كتاب الجبر والمقابلة.
- 20- كتاب جامع في الحساب.
- 21- مقالة برهن فيها أن مجموع مربعي عددين فرديين لا يمكن أن يكون مربعاً كاملاً.
- 22- كتاب يتعلق بالميراث.
- 23- زيغ الأيلخاني.
- 24- كتاب ظاهرات الفلك.
- 25- كتاب جرمي الشمس والقمر وبعدهما الأرسطرخس.

- 26-زيج الزاهي.
- 27-مقالة عن سير الكواكب ومواضعها طولاً و عرضاً.
- 28-مقالة في أعمال النجوم.
- 29-كتاب ظاهرات الفلك لإقليدس.
- 30-كتاب المطالع لأبقلاوس.
- 31-كتاب في علم الهيئة.
- 32-مقالة انتقد فيها كتاب المجسطي لبطليموس واقترح فيها نظاماً جديداً أبسط من النظام الذي وضعه بطليموس.
- 33-كتاب التسهيل في النجوم.
- 34-مقالة عن أحجام بعض الكواكب وأبعادها.
- 35-تحرير كتاب الأكرلمنالاولس.
- 36-كتاب الطلوع والغروب لأوطولوقس.
- 37-كتاب تحرير المساكن.
- 38-كتاب المأخوذات لأرخميدس.
- 39-كتاب تحرير المناظر (في البصريات).
- 40-كتاب تحرير الأيام والليالي لتاونوسيسوس.
- 41-رسالة في المثلاثات المستوية.
- 42-كتاب تحرير الكلام.
- 43-رسالة في المثلاثات الكروية.
- 44-كتاب مساحة الأشكال البسيطة والكروية.
- 45-كتاب أرخميدس في تكسير الدائرة وغيرها.
- 46-كتاب بيان المصادرة المشهورة للحكماء.
- 47-زبدة الإدراك في هيئة الأفلاك.
- 48-كتاب في الموسيقى.
- 49-كتاب الجواهر والفرائض على مذهب أهل البيت.

- 50-تعديل المعيار في بعض تنزيل الأفكار.
- 51-بقاء النفس بعد بوار البدن.
- 52-إثبات العقل الفعّال.
- 53-شرح مسألة العلم ورسالة الإمامة.
- 54-رسالة إلى (نجم الدين الكاشي) في إثبات واجب الوجود.
- 55-الحواشي على كليات القانون.
- 56-رسالة في ثلاثين فصلاً في معرفة التقويم.

المراجع

- (1) طوقان ، قدرى حافظ . تراث العرب العلمي ، مطابع الشروق بيروت : القاهرة ، الطبعة الثالثة ، 1963 م (ص157) .
- (2) الدّفاع ، علي عبد الله . المدخل إلى تاريخ الرياضيات عند العرب و المسلمين ، مؤسسة الرسالة بيروت ، الطبعة الأولى ، 1401 هـ - 1981 (ص 162)
- (3) الدّفاع ، علي عبد الله . المدخل إلى تاريخ الرياضيات عند العرب و المسلمين ، مصدر سابق (ص163)
- (4) الدّفاع ، علي عبد الله . المدخل إلى تاريخ الرياضيات عند العرب و المسلمين ، مصدر سابق (ص162)
- (5) الدّفاع ، علي عبد الله . المدخل إلى تاريخ الرياضيات عند العرب و المسلمين ، مصدر سابق (ص162)
- (6) الدّفاع ، جمال جرجيس . تاريخ الرياضيات ، معهد الانماء العربي ، الطبعة الأولى / 1400- 1401 هـ ، 1990- 1991 م . (ص166)
- (7) الدّفاع ، علي عبد الله . المدخل إلى تاريخ الرياضيات عند العرب و المسلمين ، مصدر سابق ((ص169)
- (8) الدّفاع ، علي عبد الله . المدخل إلى تاريخ الرياضيات عند العرب و المسلمين ، مصدر سابق (ص 164-165)
- (9) الدّفاع ، علي عبد الله . المدخل إلى تاريخ الرياضيات عند العرب و المسلمين ، مصدر سابق (ص165)
- (10) الدّفاع ، علي عبد الله . المدخل إلى تاريخ الرياضيات عند العرب و المسلمين ، مصدر سابق (ص166)
- (11) الدّفاع ، علي عبد الله . المدخل إلى تاريخ الرياضيات عند العرب و المسلمين ، مصدر سابق (ص170)

- (12) الدّفاع ، علي عبد الله . المدخل إلى تاريخ الرياضيات عند العرب و المسلمين ، مصدر سابق ((ص162)
- (15) بن الأشهر ، علي مصطفى و ابو ميس ، محمد عمران و الزقوزي ، مفيدة خالد ، التراث العلمي العربي في العلوم الأساسية ، دار الكتب الوطنية – بنغازي ، الطبعة الأولى / 1991م بيروت .
- (16) بن سعيدان، أحمد ، المنهج العلمي في الإسلام – جوانب عملية في الحضارة الإسلامية ، منشورات جمعية الدراسات والبحوث الإسلامية ، عمان ، الطبعة الأولى / 1985م .
- (17) رشيد ، فوزي . قواعد اللغة السومرية ، السلسلة الفنية 20 ، بغداد 1972م.
- (18) الدّفاع ، علي عبد الله . العلوم العربية في الحضارة العربية الإسلامية ، مؤسسة الرسالة ، بيروت 1983م.
- 22-شوقي ، جلال و الدفاع، علي ، العلوم الرياضية في الحضارة الإسلامية، الجزء الثاني ، دار جونوايلي و أبنأوه ، نيويورك ، 1986م .
- 23-الطوسي ، نصرالدين . كتاب في الجبر ، (تعليق د. رشدي علي طباعته).
- 26-عكاشة ، جمال و أبو العوض ، حمادة و أسعد ، مصطفى و أبو علي . تاريخ الرياضيات ، دار المستقبل للنشر و التوزيع ، الأردن ، 1990م .